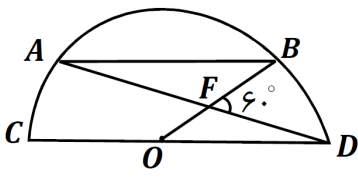
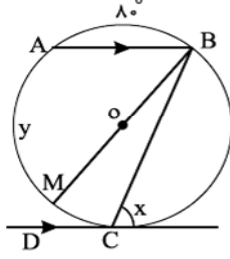


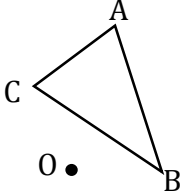
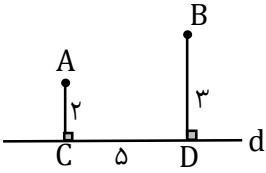
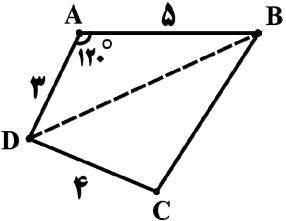


باسمه تعالی

تعداد صفحات: ۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان شبه نهایی درس: هندسه ۲	
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	ساعت شروع: صبح ۸	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری	
نمره	سوالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)			ردیف

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) یک چندضلعی محیطی است، اگر و فقط اگر همه نیم‌سازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند. (درست-نادرست)</p> <p>ب) هر دو شکل متشابه، متجانس هستند. (درست-نادرست)</p> <p>ج) بازتاب مساحت شکل را حفظ نمی‌کند. (درست-نادرست)</p> <p>د) طول مماس مشترک خارجی دو دایره از طول مماس مشترک داخلی آن، همواره بزرگتر است. (درست-نادرست)</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی‌کنند با هم ..... ، اگر و تنها اگر کمان‌های مربوط بین آنها مساوی باشد.</p> <p>ب) در یک چهارضلعی محاطی، اندازه دو زاویه مجاور ۴۵ و ۱۲۰ درجه است. قدر مطلق تفاضل دو زاویه دیگر برابر با ..... است.</p> <p>ج) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک ..... است.</p> <p>د) در هر مثلث، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه‌رو به آن ضلع برابر است با اندازه ..... دایره محیطی مثلث.</p>	۲
۱	 <p>در شکل زیر زاویه BAC زاویه ظلی است. ثابت کنید اندازه زاویه BAC نصف کمان روبرو به آن زاویه است.</p>	۳
"ادامه سوالات در صفحه بعد"		

۱/۵	<p>در شکل مقابل، <math>O</math> مرکز نیم دایره و <math>AB \parallel CD</math> است. اندازه کمان <math>AB</math> را بدست آورید.</p> 	۴
۱	<p>ثابت کنید هرگاه <math>M</math> نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از <math>M</math> مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.</p>	۵
۱/۲۵	<p>در شکل مقابل مقدار <math>x, y</math> را بدست آورید.</p> 	۶
۱/۲۵	<p>دو دایره متخارج، دارای طول مماس مشترک خارجی ۴ واحد و طول مماس مشترک داخلی ۲ واحد هستند. حاصل ضرب شعاع‌های این دو دایره را بیابید.</p>	۷
۱/۵	<p>یک ذوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.</p>	۸
۱/۵	<p>ثابت کنید بازتاب تبدیلی طولی است. (حالتی را در نظر بگیرید که پاره خط <math>AB</math> با خط بازتاب <math>d</math>، نه موازی و نه متقاطع باشد).</p>	۹
۱/۷۵	<p>نقطه <math>A</math> به فاصله <math>2\sqrt{6}</math> از خط <math>d</math> قرار دارد. تصویر نقطه <math>A</math> را تحت بازتاب نسبت به خط <math>d</math>، نقطه <math>A'</math> می‌نامیم. نقطه <math>A</math> را حول نقطه <math>A'</math> به اندازه <math>120^\circ</math> درجه دوران می‌دهیم تا نقطه <math>A''</math> حاصل شود. طول پاره خط <math>AA''</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۰
"ادامه سوالات در صفحه بعد"		

۱/۵	<p>الف) ابتدا تصویر مثلث <math>ABC</math> را نسبت به مرکز تجانس <math>O</math> و نسبت تجانس <math>k = \frac{-1}{3}</math> رسم کنید و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>ب) خطوطی که هر نقطه را به تصویر آن نظیر می‌کند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟</p> <p>ج) آیا اندازه زاویه <math>A</math> با اندازه زاویه تصویر آن برابر است؟</p>	۱۱
۱/۵	<p>در شکل زیر داریم <math>BD = 3, AC = 2, CD = 5</math>. فرض کنیم نقطه <math>M</math> روی خط <math>d</math> واقع است، کمترین مقدار <math>AM + MB</math> را بدست آورید.</p> 	۱۲
۱/۷۵	<p>در مثلث <math>ABC</math> داریم <math>A = 120^\circ, BC = 10 \text{ cm}, AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}</math>. مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زوایای <math>\hat{B}</math> و <math>\hat{C}</math> را بدست آورید.</p>	۱۳
۱/۵	<p>مثلث <math>ABC</math> با اضلاع <math>AB = c, AC = b</math> و <math>BC = a</math> را در نظر بگیرید. در حالتی که زاویه <math>A</math> حاده الزاویه است، نشان دهید. <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}</math></p>	۱۴
۱	<p>در شکل زیر چهارضلعی <math>ABCD</math> محیطی است. مقدار کسینوس زاویه <math>\hat{C}</math> را بدست آورید.</p> 	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق و پیروز باشید

نام حوزه امتحانی:	باسمه تعالی	شماره داوطلب:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	محل مهر رییس حوزه اجرا	نام:
ساعت شروع: ۸ صبح	هندسه ۲	نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک		شهرستان / منطقه:
تعداد صفحه: ۵ صفحه		مدرسه:
در این کادر چیزی ننویسید		

۱	(الف)	(ب)	(ج)	(د)	۱
۲	(الف)	(ب)	(ج)	(د)	۱
۳					۱
۴					۱/۵
۵					۱
"ادامه پاسخ در صفحه بعد"					

نام حوزه امتحانی:	باسمه تعالی	شماره داوطلب:	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	محل مهر رییس حوزه اجرا	نام:	
ساعت شروع: ۸ صبح	هندسه ۲	نام خانوادگی:	
رشته: ریاضی و فیزیک		شهرستان / منطقه:	
تعداد صفحه: ۵ صفحه		مدرسه:	
در این کادر چیزی ننویسید			

۱/۲۵		۶
۱/۲۵		۷
۱/۵		۸
"ادامه پاسخ در صفحه بعد"		

نام حوزه امتحانی:	باسمه تعالی	شماره داوطلب:	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	محل مهر رییس حوزه اجرا	نام:	
ساعت شروع: ۸ صبح	هندسه ۲	نام خانوادگی:	
رشته: ریاضی و فیزیک		شهرستان / منطقه:	
تعداد صفحه: ۵ صفحه		مدرسه:	
در این کادر چیزی ننویسید			

۱/۵		۹
۱/۲۵		۱۰
	"ادامه پاسخ در صفحه بعد"	

نام حوزه امتحانی:	بسمه تعالی	شماره داوطلب:	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	محل مهر رییس حوزه اجرا	نام:	
ساعت شروع: ۸ صبح	هندسه ۲	نام خانوادگی:	
رشته: ریاضی و فیزیک		شهرستان / منطقه:	
تعداد صفحه: ۵ صفحه		مدرسه:	
در این کادر چیزی ننویسید			

۱/۵	(الف)	۱۱
	(ب)	
	(ج)	
۱/۵		۱۲
۱/۵		۱۳
"ادامه پاسخ در صفحه بعد"		

نام حوزه امتحانی:	باسمه تعالی	شماره داوطلب:	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۰۵	محل مهر رییس حوزه اجرا	نام:	
ساعت شروع: ۸ صبح	هندسه ۲	نام خانوادگی:	
رشته: ریاضی و فیزیک		شهرستان / منطقه:	
تعداد صفحه: ۵ صفحه		مدرسه:	
در این کادر چیزی ننویسید			

۱/۵		۱۴
۱/۲۵		۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق و پیروز باشید

۱. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)
- الف) یک چندضلعی محیطی است، اگر و فقط اگر همه نیم‌سازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند. (درست - نادرست)
- ب) هر دو شکل متشابه، متجانس هستند. (درست - نادرست)
- ج) بازتاب مساحت شکل را حفظ نمی‌کند. (درست - نادرست)
- د) طول مماس مشترک خارجی دو دایره از طول مماس مشترک داخلی آن، همواره بزرگتر است. (درست - نادرست)

## پاسخ

- الف) درست (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۲۵)
- ب) نادرست (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۴۹)
- ج) نادرست (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۵۰)
- د) درست (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۲۲)

فیلم پاسخ



۲. جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. (۱ نمره)
- الف) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی‌کنند با هم .....، اگر و تنها اگر کمان‌های مربوط بین آنها مساوی باشد.
- ب) در یک چهارضلعی محاطی، اندازه دو زاویه مجاور ۴۵ و ۱۲۰ درجه است. قدرمطلق تفاضل دو زاویه دیگر برابر با ..... است.
- ج) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک ..... است.
- د) در هر مثلث، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه‌رو به آن ضلع برابر است با اندازه ..... دایره محیطی مثلث.

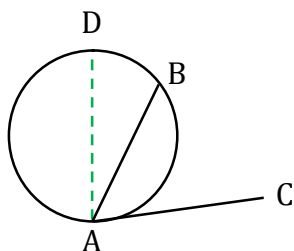
پاسخ

- الف) موازی‌اند (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۹)
- ب) ۷۵ درجه (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۲۷)
- ج) دوران (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۴۵)
- د) طول قطر (۰/۲۵ نمره) (صفحه ۶۴)

فیلم پاسخ



۳ در شکل زیر زاویه  $BAC$  زاویهٔ ظلی است. ثابت کنید اندازهٔ زاویه  $BAC$  نصف کمان روبرو به آن زاویه است. (۱ نمره)



## پاسخ

ابتدا قطری از دایره که شامل نقطهٔ  $A$  است را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است داریم  $\widehat{DAC} = 90^\circ$ . (نمره ۰/۲۵)

پس

$$\widehat{DAC} = 90^\circ = \frac{1}{4} \times 180^\circ = \frac{1}{4} \widehat{ABD} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

از طرفی زاویهٔ  $\widehat{DAB}$  یک زاویهٔ محاطی است. بنابراین

$$\widehat{DAB} = \frac{1}{4} \widehat{BD} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

لذا

$$\widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{1}{4} (\widehat{ABD} - \widehat{BD})$$

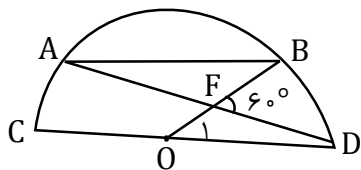
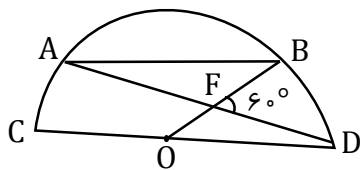
$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \frac{1}{4} \widehat{BA} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(صفحه ۱۴)

فیلم پاسخ



۴. در شکل زیر،  $O$  مرکز نیم‌دایره و  $AB \parallel CD$  است. اندازه کمان  $AB$  را بدست آورید. (۱/۵ نمره)



$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{D} \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = x$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\Rightarrow \widehat{O}_1 = x, \widehat{D} = \frac{x}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$\widehat{F} = 60^\circ$  زاویه خارجی مثلث OFD است.

$$60^\circ = \widehat{O}_1 + \widehat{D} = x + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 40^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\widehat{CABD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CA} + \widehat{BA} + \widehat{BD} = 180^\circ$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\Rightarrow 40^\circ + \widehat{AB} + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 100^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(صفحه ۱۵)

پاسخ

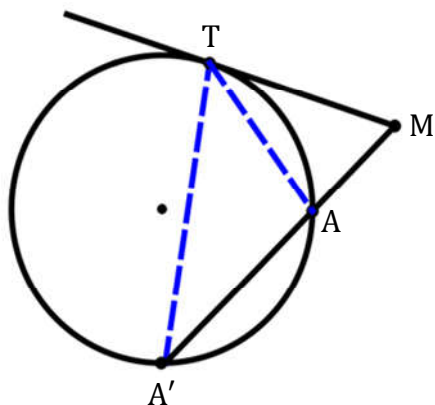
فیلم پاسخ



ثابت کنید هرگاه  $M$  نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از  $M$  مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع. (۱ نمره)

پاسخ

از نقطه  $T$  به نقاط  $A, A'$  وصل می‌کنیم.



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{MTA} = \frac{\widehat{AT}}{2} \text{ ظلی} \\ \widehat{A'A} = \frac{\widehat{AT}}{2} \text{ محاطی} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \widehat{MTA} = \widehat{A'A} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(۰/۲۵ نمره)} \end{array}$$

ز ز  
 $\rightarrow ATM \sim A'TM$  (۰/۲۵ نمره)

$$\Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA}{MT} \Rightarrow MT^2 = MA \cdot MA'$$

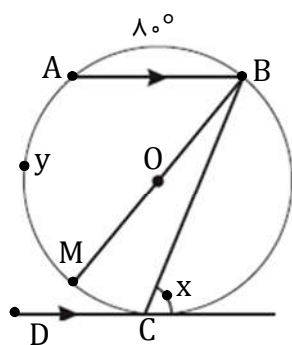
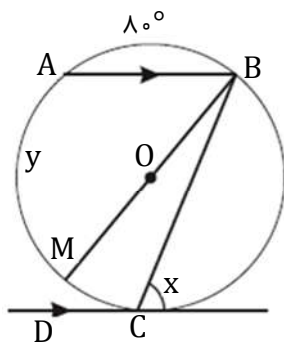
(۰/۲۵ نمره)

(صفحه ۱۹)

فیلم پاسخ



۶ در شکل زیر مقدار  $x, y$  را بدست آورید. (نمره ۱/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AMC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = 140^\circ$$

$$x \text{ ظلی} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 70^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)} \quad \widehat{CM} = 180^\circ - \widehat{BC}$$

$$= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\widehat{AMC} = y + \widehat{MC} = 140^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow y + 40^\circ = 140^\circ$$

$$\Rightarrow y = 100^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(صفحه ۱۴)

پاسخ

فیلم پاسخ



۷. دو دایره متخارج، دارای طول مماس مشترک خارجی ۴ واحد و طول مماس مشترک داخلی ۲ واحد هستند. حاصل ضرب شعاع‌های این دو دایره را بیابید. (۱/۲۵ نمره)

پاسخ

طول مماس مشترک خارجی

$$= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = 4$$

$$\Rightarrow d^2 - (R - R')^2 = 16 \quad (0/25 \text{ نمره})$$

طول مماس مشترک داخلی

$$= \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = 2$$

$$\Rightarrow d^2 - (R + R')^2 = 4 \quad (0/25 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow \underbrace{-(R - R')^2 + (R + R')^2}_{(0/25 \text{ نمره})} = 16 - 4 \Rightarrow \underbrace{4RR'}_{(0/25 \text{ نمره})} = 12$$

$$\Rightarrow \underbrace{RR'}_{(0/25 \text{ نمره})} = 3$$

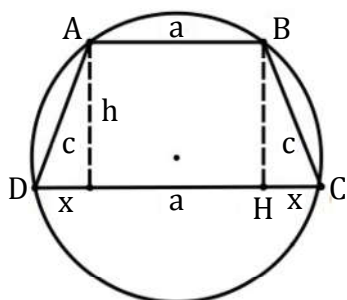
(صفحه ۲۱)

فیلم پاسخ



۸ یک ذوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها. (۱/۵ نمره)

پاسخ



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

چون ذوزنقه محاطی است، متساوی الساقین است. (۰/۲۵ نمره)  
چون ذوزنقه محیطی است، مجموع دو ضلع روبرو با مجموع دو ضلع دیگر برابر است. (۰/۲۵ نمره)

$$\left. \begin{aligned} 2c = a + b &\Rightarrow c = \frac{a+b}{2} \\ b = 2x + a &\Rightarrow x = \frac{b-a}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = c^2 - x^2 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{ab} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} (a + b) \sqrt{ab} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

(صفحه ۲۹)

فیلم پاسخ

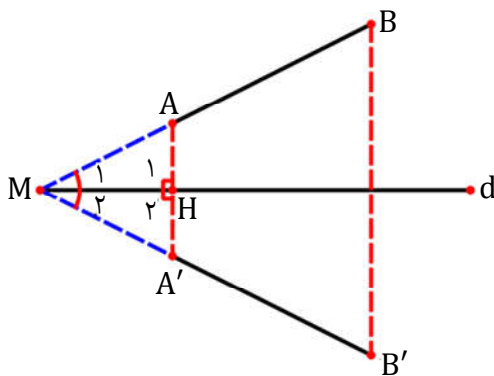


۹. ثابت کنید بازتاب تبدیلی طولی است. (حالتی را در نظر بگیرید که پاره خط  $AB$  با خط بازتاب  $d$ ، نه موازی و نه متقاطع باشد. (۱/۵ نمره)

پاسخ

پاره خط  $AB$  را امتداد می‌دهیم تا خط بازتاب  $d$  را در نقطه  $M$  قطع کند. (۰/۲۵ نمره)

نقطه  $B'$  بازتاب نقطه  $B$  نسبت به خط بازتاب  $d$  است. پاره خط  $MB'$  را رسم می‌کنیم و از  $A$  عمودی بر  $d$  رسم می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا پاره خط  $MB'$  را در نقطه  $A'$  قطع کند. (۰/۲۵ نمره)



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

چون  $d$  عمود منصف  $BB'$  است داریم  $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ . پس

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \\ MH = MH \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{دو زاویه و ضلع بین} \\ \longrightarrow MAH \cong MA'H \end{array}$$

(۰/۲۵ نمره)

$$\Rightarrow \begin{cases} AH = A'H \\ MA = MA' \end{cases} \quad (۰/۲۵ نمره)$$

پس  $A'$  تصویر نقطه  $A$  تحت بازتاب نسبت به خط  $d$  است و

$$AB = MB - MA = MB' - MA' = A'B' \quad (۰/۲۵ نمره)$$

(صفحه ۳۷)

فیلم پاسخ



۱۰. نقطه  $A$  به فاصله  $۲\sqrt{6}$  از خط  $d$  قرار دارد. تصویر نقطه  $A$  را تحت بازتاب نسبت به خط  $d$ ، نقطه  $A'$  می‌نامیم. نقطه  $A$  را حول نقطه  $A'$  به اندازه  $۱۲۰$  درجه دوران می‌دهیم تا نقطه  $A''$  حاصل شود. طول پاره خط  $AA''$  را محاسبه کنید. (نمره ۱/۷۵)

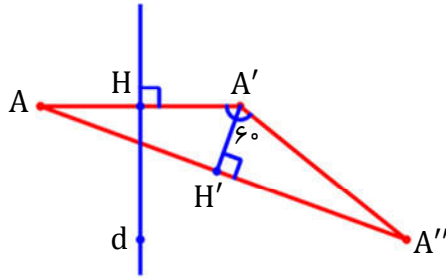
## پاسخ

طبق تعریف بازتاب،  $d$  عمود منصف پاره خط  $AA'$  است. بنابراین

$$A'H = ۲\sqrt{6} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

نقطه  $A$  را با زاویه  $۱۲۰$  درجه حول  $A'$  دوران می‌دهیم تا  $A''$  حاصل شود. پس

$$AA' = A'A'' = ۴\sqrt{6} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$



رسم شکل (نمره ۰/۵)

پس  $AA'A''$  متساوی الساقین است و ارتفاع  $A'H'$  نیمساز هم هست. (نمره ۰/۲۵)

لذا در مثلث  $A'H'A''$  داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{A''H'}{A'A''} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A''H'}{4\sqrt{6}} \Rightarrow A''H' = 6\sqrt{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

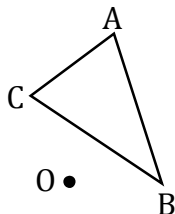
$$\Rightarrow AA'' = ۱۲\sqrt{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(صفحه ۴۱)

فیلم پاسخ



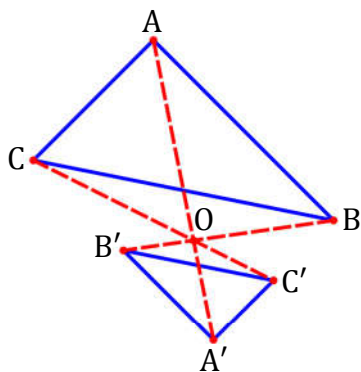
۱۱. الف) ابتدا تصویر مثلث  $ABC$  را نسبت به مرکز تجانس  $O$  و نسبت تجانس  $k = \frac{-1}{3}$  رسم کنید و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید. (۱/۵ نمره)



ب) خطوطی که هر نقطه را به تصویر آن نظیر می‌کند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟  
ج) آیا اندازه زاویه  $A$  با اندازه زاویه تصویر آن برابر است؟

پاسخ

(الف)



رسم شکل (۱ نمره)

ب) موازی‌اند. تجانس شیب خط را حفظ می‌کند. (۰/۲۵ نمره)

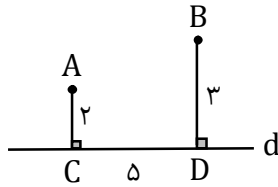
ج) بله. تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. (۰/۲۵ نمره)

(صفحه ۴۵)

فیلم پاسخ

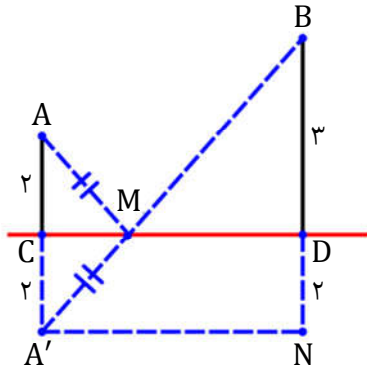


۱۲. در شکل زیر داریم  $BD = ۳$ ,  $AC = ۲$ ,  $CD = ۵$ . فرض کنیم نقطه  $M$  روی خط  $d$  واقع است، کمترین مقدار  $AM + MB$  را بدست آورید. (۱/۵ نمره)



## پاسخ

بازتاب نقطه  $A$  نسبت به خط  $d$  را  $A'$  می‌نامیم. از  $A'$  بر امتداد  $BD$  عمود می‌کشیم و پای عمود را  $N$  می‌نامیم. (۰/۲۵ نمره)



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

پس

$$BN = ۳ + ۲ = ۵, A'N = CD = ۵ \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

طبق قضیه فیثاغورث در مثلث  $A'BN$  داریم

$$A'B = \sqrt{A'N^2 + BN^2} = \sqrt{۵^2 + ۵^2} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

حال کمترین مقدار  $AM + MB$  برابر است با

$$A'M + MB = A'B = \sqrt{۵^2 + ۵^2} = ۵\sqrt{۲} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

(صفحه ۵۲)

فیلم پاسخ



۱۳. در مثلث  $ABC$  داریم  $A = 120^\circ$ ,  $BC = 10 \text{ cm}$ ,  $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ . مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زوایای  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  را بدست آورید. (نمره ۱/۷۵)

پاسخ

طبق قضیه سینوس‌ها داریم

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = 2R \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{\sin B} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow B = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

چون  $A = 120^\circ$  پس  $B = 45^\circ$  و  $C = 15^\circ$ . (نمره ۰/۲۵)

(صفحه ۶۲)

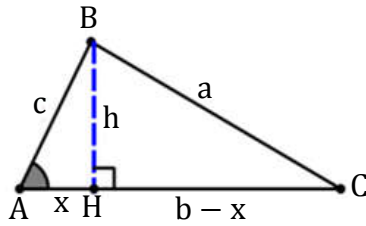
فیلم پاسخ



۱۴. مثلث ABC با اضلاع  $AB = c$ ،  $AC = b$  و  $BC = a$  را در نظر بگیرید. در حالتی که زاویه A حاده الزاویه است، نشان دهید  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ . (۱/۵ نمره)

## پاسخ

فرض کنیم  $A < 90^\circ$ . ابتدا ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. طبق رابطه فیثاغورس در دو مثلث ABH, BCH داریم:



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

(صفحه ۶۴)

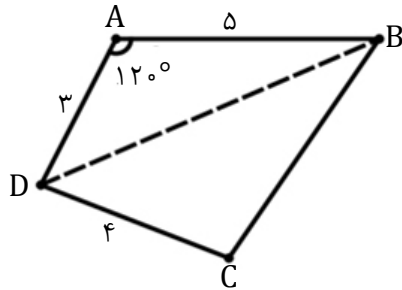
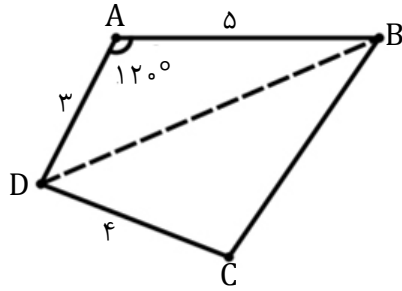
$$\left. \begin{array}{l} \overbrace{a^2 = (b-x)^2 + h^2}^{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \\ \underbrace{c^2 - x^2 = h^2}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \end{array} \right\} \Rightarrow \overbrace{a^2 = b^2 + x^2 - 2bx + c^2 - x^2}^{(۰/۲۵ \text{ نمره})}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow a^2 = b^2 - 2bx + c^2 \\ \underbrace{\cos A = \frac{x}{c} \Rightarrow x = c \cos A}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})}$$

فیلم پاسخ



۱۵. در شکل زیر چهارضلعی ABCD محیطی است. مقدار کسینوس زاویه  $\hat{C}$  را به دست آورید. (۱ نمره)



پاسخ

چهارضلعی محیطی  $\Rightarrow AD + BC = AB + DC$

$$\Rightarrow CB + 3 = 4 + 5 \Rightarrow CB = 6 \text{ (نمره } 0/25)$$

قضیه کسینوس در مثلث ADB:

$$DB^2 = AD^2 + AB^2 - 2AB \times AD \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow DB^2 = 3^2 + 5^2 - 2(3)(5) \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow DB = 7 \text{ (نمره } 0/25)$$

قضیه کسینوسها در مثلث CDB:

$$DB^2 = CD^2 + CB^2 - 2CB \times CD \cos C \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow 7^2 = 4^2 + 6^2 - 2(6)(4) \cos C$$

$$\Rightarrow \cos C = \frac{1}{16} \text{ (نمره } 0/25)$$

(صفحه ۶۴ ، ۲۲)

فیلم پاسخ

